

## 中医诊疗装备

引用:史宇兵,刘奇,苗玉清,等.基于血流动力学机理及数学模型的中医脉诊工程学研究述评[J].现代中医药,2023,43(5):1-6.

## 基于血流动力学机理及数学模型的 中医脉诊工程学研究述评<sup>\*</sup>

史宇兵<sup>1</sup> 刘奇<sup>1</sup> 苗玉清<sup>1</sup> 刘力<sup>1,2</sup> 乔海法<sup>1</sup> 杨晓航<sup>1\*\*</sup>

(1. 陕西中医药大学/陕西中医诊疗技术装备研发协同创新中心,陕西 咸阳 712046;

2. 广东省新黄埔中医药联合创新研究院,广东 广州 510000)

**摘要:**医工结合研究已经在现代医学的理论探索和临床实践中获得广泛应用,并给现代医学带来重大变革。医工结合研究用于中医药领域目前还处于成长期,而脉诊的医工结合研究是这方面的一个代表性范例。应用工程学方法研究中医脉象脉诊的血流动力学机理和数学建模是其中的关键。脉象的工程学研究是一个交叉学科问题,需要在深入理解中医经典理论的同时加强对中医脉学中基础性问题的工程学研究,并持续跟踪和掌握该领域内的科学研究新进展。

**关键词:**脉诊;脉象;工程学研究;血流动力学机理;数学模型

中图分类号:R241.19 文献标识码:A

文章编号:1672-0571(2023)05-0001-06

DOI:10.13424/j.cnki.mtcm.2023.05.001

## Evaluation of Engineering Research on Hemodynamic Mechanism and Mathematical Models about Pulse Diagnosis in the Traditional Chinese Medicine

SHI Yubing<sup>1</sup> LIU Qi<sup>1</sup> MIAO Yuqing<sup>1</sup> LIU Li<sup>1,2</sup> QIAO Haifa<sup>1</sup> YANG Xiaohang<sup>1</sup>

(1. Shaanxi University of Chinese Medicine/Shaanxi Chinese Medicine Diagnosis and Treatment Technology Equipment Research and Development Collaborative Innovation Center, Shaanxi Xianyang 712046, China;

2. Guangdong New Huangpu Chinese Medicine Joint Innovation Research Institute, Guangzhou 510000, China)

**Abstract:** Research integrating medicine and engineering has been widely used as an advanced tool in the theoretical exploration and clinical practice of modern medicine, and has brought major changes to the modern medicine. Application of integrated research of medicine and engineering in the field of traditional Chinese medicine (TCM) is still in its formative stage, with studies on pulse diagnosis being a representative example. In this regard, engineering study of the hemodynamic mechanism of the pulse diagnosis and the related mathematical models plays a pivotal role. Engineering research of TCM pulse is an interdisciplinary topic, thus it is necessary to further digest the TCM classical theories along with enhancing the engineering research on the fundamental issues in TCM pulse study, and continuously track and com-

<sup>\*</sup> 基金项目: 基金项目: 广东省新黄埔中医药联合创新研究院联合创新研究项目(2021IR001); 陕西省中医药管理局中医药传承创新暨“秦药”开发重点科学研究项目(2022-04-22-008); 陕西省中医药管理局中医药科研项目(2023-JC-021); 陕西省科技创新团队(2021TD-47); 陕西中医药大学中医诊疗技术装备交叉学科(2022XKZC07)

<sup>\*\*</sup> 通讯作者: 杨晓航, 教授。E-mail: yxh1.0@163.com

prehend the latest scientific progress in the field.

**Key words:** Pulse diagnosis; Pulse picture; Engineering research; Hemodynamic mechanism; Mathematical model

脉诊作为中医诊疗体系中的重要成分,在中医的发展历史中占据了非常重要的地位。历代医家对于中医脉诊和脉象进行了大量深入研究,提出了很多富有创建性的见解,这对于深化中医理论以及促进脉诊的临床应用提供了非常重要的参考和指导。传统的中医脉象研究主要是基于临床上对寸口脉搏触诊所得的感受以及与疾病的关联性观察所形成的直观经验总结。由于中医发展的特点,传统的脉学理论很大程度上是基于哲学思辨以及经验性、直观性的观察判断而形成的系统性见解和总结,未能延伸到物理和生理的层次对脉象的科学成因和机理进行深入阐释。从促进中医客观化、精确化发展的角度来说,新时期的中医研究需要将传统脉学理论与现代科学有机结合,充分运用现代科学的理论和方法对传统理论与实践进行解读,让脉诊这一中华民族的医学瑰宝在当代时代焕发新的生机与活力。

日新月异的现代科学技术进步为交叉学科研究提供了前所未有的条件和工具。借鉴医工结合研究的经验,中医研究者将工程学的研究方法和技术应用于中医的诊疗体系,在脉学研究方面做出了丰富而有创建性的丰硕成果。本文对近年来国内应用工程学方法探讨中医脉象的血流动力学机理及相关数学模型研究的工作和进展进行概括,希望前人这些宝贵经验可以为以后的中医脉学理论和实践提供有益的借鉴和有利的指导。

## 1 研究现状

应用现代工程学方法研究中医脉诊脉象,以费兆馥主编的《现代中医脉诊学》<sup>[1]</sup>一书为该领域的代表作和集大成者。该书明确指出,中医在寸口或其他特定部位诊脉,获得的是动脉的搏动信息。动脉的搏动信息表现为脉搏波在动脉网络中的传输以及在体表的动脉表浅处触摸所得的直观感受。前人关于脉搏波在动脉网络中传输的研究已经积累了成熟而丰富的理论和方法,这方面的经典著作包括 McDonald 的《动脉中的血液流》<sup>[2]</sup>、陶祖莱的《生物流体力学》<sup>[3]</sup>以及一些其他权威论

著<sup>[4-7]</sup>。深入学习这些血流动力学经典著作,将其中的研究成果用于解释脉象,有助于现代脉诊学研究跨越从零开始的摸索阶段,直接从血流动力学研究的现成基础上前进。目前的现代脉诊学研究正是沿着这一方向进行的,其中大量采用了工程学的信号测量和数学模型方法分析各种生理病理脉象的特征,并对脉象的物理机理进行了一定程度的探讨。由于脉搏波和血流动力学分析对数学和力学等工程学知识要求较高,这对现代脉诊学的研究形成了挑战,脉诊学研究目前处于交叉学科知识的深入理解和探索应用阶段。

## 2 脉象的血流动力学机理研究

传统的中医脉学研究主要是从经络气血、天人相应的角度来认识脉象及其与疾病状态的关联,采用中医体系整体性、宏观性、直观性的认识论和方法论对寸口处为主的脉象进行的概括和总结。传统中医理论认为患者的脉象由个体的气血运行状态这些内因所决定,同时受自然环境的时空状态等外因所影响<sup>[1]</sup>,而对于这些内因和外因如何具体地产生不同脉象的深层次机理并未研究。现代脉诊学应用工程学方法,基于血流动力学分析对脉象形成的物理机制进行了有益的探索,在一定程度上可以作为传统脉象理论的深入阐释和有益补充。

论著《现代中医脉诊学》<sup>[1]</sup>对脉搏波的血流动力学成因进行了分析,其中指出,心脏收缩扩张产生的动脉血压和血流量波动沿动脉网络向远心端传输,并在遇到血管截面积变化、血管分枝及血管弹性变化处形成反射,入射波和反射波的叠加形成脉搏波的实际波形。因此,脉象的形成是心脏工作状态、血管的弹性、血流的粘度以及脉搏波在动脉网络中的传输与反射诸方面因素叠加而形成的。当前关于脉象形成机理的研究基本上承袭了这一观点。燕海霞等<sup>[8]</sup>提出中医脉诊获得的脉象或脉图就是现代医学中的脉搏波,而现代医学中的脉搏波波速和增益指数(即脉搏波反射造成的血压峰值增加情况)等指标具有明确的临床意义。

闫伟等<sup>[9]</sup>概括了血液流动和脉搏波对脉象的影响,认为脉搏波波速、脉搏波增益指数、血管的生理参数、血液粘性等对脉象成因有重要作用。郭睿等<sup>[10]</sup>认为脉搏波的波速和反射系数直接与血管弹性、血液黏度、外周阻力等生理参数相关,所以波速和反射系数可视为具有生理、病理意义的脉象特征,用于脉象的识别。王礼立等<sup>[11]</sup>分析了脉搏波与中医脉象的关系,进一步提出无反射波的状态是能量消耗最少的状态,健康人的脉搏波中无反射波,相当于中医的阴阳平衡、气血和谐状态,而出现反射波则是某种病态的表现。王礼立等<sup>[11]</sup>的观点有一定合理性,但可能对脉搏波反射问题的理解不够全面。实际上人体的动脉网络存在低频特性,对不同频率的血压、血流信号存在不同的反射效果,对高频信号基本上无反射但是对低频信号存在反射<sup>[2,12]</sup>。

除了上述的脉象机理研究,还有一些新颖的观点在现代脉诊学研究领域有一定影响。现代血流动力学研究认为脉搏波是在动脉网络中传输的行波<sup>[2,12]</sup>,这种理论对传统脉诊理论中寸关尺部的脏腑配位难以进行解释,于是有研究者提出脉搏波在动脉血管中是以驻波的形式存在的<sup>[13-14]</sup>,而寸关尺部分别位于驻波的不同振幅点,所以存在脉象上的差异。该观点最早曾于 1939 年由 Hamilton 提出<sup>[15]</sup>,但受到了权威专家的驳斥<sup>[16]</sup>。近年来国内学者再次提出此观点<sup>[13-14]</sup>,并再次被其他研究者基于驻波的产生条件予以反驳<sup>[17-18]</sup>。有研究者用传感器测量了动脉不同位置处的脉搏波波形,发现远心端的波形总是晚于近心端而出现<sup>[12]</sup>,这说明脉搏波的传输是由近心端向远心端推进的,是明显的行波现象,并非驻波。

另一个比较新颖的观点是关于脉搏波的不同频率分量和人体各脏腑的功能状态存在一一对应关系<sup>[19]</sup>。该观点认为,人体测得的脉搏波其频谱是由前十二个频率分量所支配的,它们分别对应于人体十二经络中的一个,分析这十二个频率分量各自的幅值并与标准参考值相对照,就能得知相应经络的功能盛衰和受诊者的脏腑虚实。对此观点的否定意见认为,主流文献公认人体脉搏波的频谱中能量比较显著的频率分量在八至十个之

间,并且随着受测人的健康状况出现变化<sup>[20]</sup>,并非如上面所主张的是十二个。此外,人体各器官都存在多个特征频率和多个振动模态<sup>[21]</sup>,即使脉搏波频谱中前十二个频率分量都比较有影响,也无法确保每一个频率分量恰好对应着某个特定的经络和器官,而不会混杂有别的经络和器官的信息。基本上,关于脉搏波的不同频率分量和人体各脏腑存在独立对应关系的观点<sup>[19]</sup>还只是一种假说,至今还没有令人信服的理论或实验证据予以支持。

还有研究指出,中医对于脉象的描述是指切脉时脉搏波变化在诊脉者头脑中所形成的主观感受,并非寸口处的脉搏波本身。血管中脉搏波状态仅仅是形成真实脉象认识的原始资料和信息,这些原始资料经由诊脉者的触觉感知和运用脉学理论进行判断这些必要的信息处理环节,才最终在诊脉者的头脑中建立起用于诊断的脉象认识<sup>[22]</sup>。脉搏波是动脉中客观存在的物理运动现象,而脉象是诊脉者头脑中形成的主观感受和印象。诊脉者的触觉感知灵敏度不同,切脉操作手法不同,对脉学理论的理解不同,最终在头脑中所形成的脉象认识就会随之不同。基于此观点,研究者还进一步建立了触觉感知存在阈值特性的数学模型,通过频域信号处理,推演了同样的脉搏波在寸关尺三部因为触诊差别而形成的毛、弦、石不同脉象的过程<sup>[22]</sup>。该研究指出了脉象与脉搏波之间的差异,提醒研究者注意主客观感知之间的差别。这些认识和结论进一步丰富了脉学研究的内容,值得中医科研工作者参考。

3 脉象的数学建模研究

数学建模仿真作为一种在工程上成熟的研究工具,在医学和生物医学工程领域发挥了重要作用。当前也有很多采用数学建模研究中医脉象的工作。相关的数学建模大致可以分为基于实验观测数据的统计学建模和基于心血管系统动力学机理的动力学建模。前者类似于普通的医学统计分析,这里不作讨论。后者主要是运用流体力学原理分析心血管系统的动脉血流状态,推导出支配流动现象的数学模型,然后求解模型以得到量化精确化描述血流状态的结果,由此分析脉象的

成因及其在不同生理病理条件下的特征及变化,用于辅助临床诊疗实践。

血流动力学中关于动脉血流的数学模型包含多维度多层次的丰富内容,文献<sup>[23-24]</sup>对此进行了很好的归纳和介绍。中医脉诊研究中使用了一部分这类模型。用于脉象研究的血流动力学数学模型基本上可以分为两类:集中参数模型和分布参数模型。集中参数模型将不同血管段作为彼此连接的单元,考虑每段血管的整体流阻效应、血管弹性效应和血流惯性效应,基于电液比拟的思想构建所研究的血管网络的等效电路,求解得出各血管段内的血压和血流量变化,由此分析脉象成因和变化<sup>[23]</sup>。费兆馥<sup>[1]</sup>从脉诊研究的角度对动脉的弹性腔模型进行了介绍。龚安特等<sup>[25]</sup>推导了动脉的三自由度振动系统模型,并用以研究脉象的浮沉表现。邓原成等<sup>[26]</sup>用双弹性腔模型模拟主动脉的血流响应,将其作为桡动脉血流和血压状况的近似,用以研究疾病情况和运动前后的脉象变化。白净等<sup>[27-28]</sup>基于包含全身主要血管段的心血管系统详细模型,模拟了桡动脉寸关尺部的脉搏波响应。王学民等<sup>[29]</sup>构建了考虑寸关尺部的流阻、惯性及血管壁弹性效应的寸口处血流动力学模型,用于分析尺、寸部流阻和惯性改变对寸口处血压波形的影响。徐克等<sup>[30]</sup>构建了考虑流阻和惯性效应,但是忽略了血管弹性效应的动脉网络模型,用以分析动脉分支末端的流阻变化对主动脉和桡动脉血压的影响。

集中参数模型将每个血管段内的血压和血流量用其单元平均值来描述,不能揭示血管段内部不同位置点的血压和血流量变化。分布参数模型中,每段血管沿流动方向被顺序划分为不同剖面,基于质量守恒原理、动量守恒原理以及血管壁的材料特性构建控制方程式,并结合上下游的边界条件求解得到各血管段内部的血流变量空间分布及其随时间的变化<sup>[23-24]</sup>,这类模型尤其适合于描述脉搏波沿动脉传输的过程及其反射情况。蔡肖等<sup>[31]</sup>用动脉网络的传输线分布参数模型分析了外周流阻变化对桡动脉血压和血流量波形的影响。为了提高模拟研究的精度,还有研究者在血管壁材料特性之外,进一步考虑了血管壁运动的惯

性<sup>[32-34]</sup>、以及同时考虑沿血管的轴向和径向的血流状态变化<sup>[32-33,35-36]</sup>。实际上,从脉搏波研究的角度看,动脉血流的主要变化发生在轴向,而径向变化对模拟结果的精度提升有限,所以在脉象研究中基本上可以忽略径向因素的影响。

研究者普遍认为脉象是由桡动脉寸口处的血流动力学响应所决定的,但是有少数研究者<sup>[37-39]</sup>认为脉象的成因是寸口处血管壁的运动而不是血流响应。基于该观点,袁凡和吴望一<sup>[38-39]</sup>构建了粘弹性简支梁模型来模拟血管的径向位移振动,用以解释浮脉和沉脉的产生机制。吴望一等<sup>[40]</sup>在简支梁模型上考虑了切脉指力的影响,计算了浮中沉三种情况下梁的位移以解释不同脉位的脉象。这些研究者也承认,由于血管壁运动和血流响应之间的紧密关系,二者的效果实际上是一致的。我们认为,考虑到相关计算的复杂度比较,还是从血流动力学角度来分析脉象更合算。

上述的数学模型研究主要关注于各种生理病理变化对脉象的影响,除一例外都没有考虑诊脉过程中切脉作用对患者寸口动脉血流的影响<sup>[40]</sup>。实际上切脉过程对血管中血流的干预是产生不同脉象的重要因素之一,所以对脉象的模拟不能忽略对切脉作用的描述。为此,有研究者<sup>[41]</sup>构建了桡动脉血流动力学的频域模型,推导了血流特征量(包括寸口处的血流摩擦损失、桡动脉血流动态响应的自然频率和阻尼比等)随切脉深度而变化的定量关系,以评估切脉对桡动脉血流动态的影响。此外,有研究者<sup>[22]</sup>构造了脉诊中触觉感知的初步模型,并应用该模型模拟了诊脉时不同切脉指力下产生的脉象变化。模拟所得的寸关尺部轻取、中取、重取的脉象很好地符合了传统中医理论中对于各部脉象特征的论述,从而对中医的寸口脉脏腑配位学说进行了初步解释。

#### 4 当前研究存在的问题及未来方向

上述这些研究从现代科学的角度认识和理解传统的中医脉学理论,为开展医工结合研究中医药提供了良好的示范,丰富了我们对于传统理论的认知,为我们深入认识脉象的物理机理并将其用于指导临床实践提供了有益的指导。同时也要看到,目前该领域的工作还存在着一些问题,需要

我们注意和改进。

4.1 脉象的工程学研究是一个交叉学科问题

开展该领域的工作,从中医的方面既需要对中医基础理论尤其是脉学理论的全面深入理解,还需要丰富的临床实践经验尤其是对脉诊实际操作的熟练掌握;从相关工程学研究的角度,则需要流体力学、生物力学、控制系统、信号处理、数学建模、数值分析、计算机仿真等学科的知识 and 技能。只有中医研究者和工程师、科学家之间进行深入而紧密的交流与配合,才能优势互补顺利推进研究工作。当前这方面合作还明显不足,导致研究工作中存在一定程度的问题。比如,有进行脉象研究的学者认为动脉血流中压力波是径向的波动,而速度波是轴向张缩,速度波是血液的流动造成的,且与血流的方向是一致的,只要没有阻断血流,速度波肯定存在<sup>[42]</sup>。该观点属于对物理概念的理解偏差。血流动力学研究<sup>[2,7]</sup>已经证明动脉血流中压力波并非只是径向传输,而速度波也并非仅轴向传输,速度波的方向可以和血流的方向不一致,而未受扰动的恒定血流中不存在速度波。今后的工作中,中医和工程研究者双方需要进一步互相学习和加强讨论,以减少因为概念理解偏差造成的失误。

4.2 需要加强对中医脉学中基础性重要问题的研究

中医脉学的基础性问题包括寸口处三部脉象的脏腑配位以及脉学理论中描述的各种病理情况下三部脉象的特定具体表现,这是决定中医脉诊的有效性和可靠性的基础。中医学文献和临床实践对这方面内容已经有丰富的描述。但是,目前应用工程学研究脉诊的工作基本上专注于采集不同病人的脉搏波波形进行分析以寻找波形的特征变化,以及调整数学模型的参数以观察所产生的脉搏波波形变化。这些工作的挑战性和实际意义不是很大,可以看作是为解决上述基础性问题所做的准备工作和前期训练,距离解决基础性问题还有很长的路要走。

4.3 需要加强对科学研究进展的跟踪和学习

目前的脉象研究中应用的血流动力学分析方法还以早期的波形采集观察和较简单的数学建模为主,一些脉诊仪类产品中应用了人工智能等现代

科学新技术但多限于脉搏波波形的基本鉴别。领域内的研究者对于新进展新技术的掌握存在较大滞后。比如,将脉搏波视为驻波的观点能够一再被提出,就说明本领域内对文献报道和研究进展的忽略是一个较大范围的现象。同时,也要认识到血流动力学只是用于分析脉象的研究工具之一,有其自身的局限性和适用范围,并不能解决脉象研究中的所有问题。脉象研究除了分析血流的因素外,还需要考虑中医所说的气和神的作用,而这些都需要更广泛的学科知识如神经生理学、认知心理学等的支撑。今后还应该大力加强对于建模仿真、人工智能、大数据分析、数字虚拟技术等新兴学科的学习并将其充分应用于脉象的研究,促进中医诊疗技术的升级。

医工结合研究对于我们深入认识脉象的物理机理做出了重要的贡献。同时,我们也认识到当前这方面研究中存在的不足。出现上述这些问题,其原因在于当前我们进行医工结合研究的力度和深度还很欠缺,对科学和工程新技术的掌握和使用还很有限。后续研究中需要坚持交叉学科研究的方向,针对性地提高研究人员的跨学科知识素养,进一步倡导以更严谨的科学态度分析和解决学术问题。正确的方向加上不懈的努力,中医诊疗技术领域必将迎来革命性的飞跃。

参考文献

[1] 费兆馥. 现代中医脉诊学[M]. 北京: 人民卫生出版社, 2003.

[2] McDonald DA. 动脉中的血液流[M]. 科学出版社, 1982.

[3] 陶祖莱. 生物流体力学[M]. 科学出版社, 1984.

[4] 陈君楷. 心血管血流动力学[M]. 四川教育出版社, 1990.

[5] 柳兆荣, 李惜惜. 血液动力学原理和方法[M]. 复旦大学出版社, 1997.

[6] 卡罗 CG, 佩德利 TJ, 施罗特 RC, 等. 血液循环力学[M]. 科学出版社, 1986.

[7] 冯元桢. 生物动力学: 血液循环[M]. 湖南科技出版社, 1986.

[8] 燕海霞, 宫爱民, 王忆勤, 等. 脉搏波传播与反射理论对深入探讨中医脉象形成机制的启示[J]. 中国中医基础医学杂志, 2010, 16(11): 1052-1054.

- [9] 闫伟,刘明,齐向华,等.从生物流体力学角度探讨脉象机制[J].中华中医药杂志,2018,33(10):4278-4280.
- [10] 郭睿,王忆勤,燕海霞,等.中医常见脉象的血液动力学参数分析[J].上海中医药大学学报,2010,24(6):26-29.
- [11] 王礼立,王晖,杨黎明,等.论脉搏波客观化和定量化研究的症结所在[J].中华中医药杂志,2017,32(11):4855-4863.
- [12] Vlachopoulos C, O'Rourke M, Nichols WW. McDonald's Blood Flow in Arteries: Theoretical, Experimental and Clinical Principles [M]. The 6th edition. London: CRC Press, 2011.
- [13] 王东生,周衡.脉诊中的一些力学现象[J].国医论坛,1993,41(5):25-28.
- [14] 柯学尧,欧阳华甫,王洪图,等.用驻波观点研究脉和脉象的产生机制[J].中国中医药信息杂志,2006,13(6):3-5.
- [15] Hamilton W, Dow P. An experimental study of the standing waves in the pulse propagated through the aorta[J]. American Journal of Physiology, 1939, 125: 48-59.
- [16] McDonald DA. Blood Flow in Arteries [M]. Arnold, 1974.
- [17] 王强,陈迎春.“驻波”与脉象无关——评王东生《试论“驻波”对中医脉象的影响》[J].安徽中医学院学报,2003,22(6):9-11.
- [18] 史宇兵.寸口脉的脏腑配位研究中脉搏波理论的局限性[J].中医学,2020,9(6):457-462.
- [19] 王唯工.气的乐章[M].中国人民大学出版社,2006.
- [20] O'Rourke MF. Vascular impedance in studies of arterial and cardiac function[J]. Physiological Reviews, 1982, 62(2):570-623.
- [21] Rao SS. Mechanical Vibrations [M]. The 6th edition. Hoboken: Pearson, 2016.
- [22] 史宇兵,杨洪义,袁瑞华.从触觉的频率和阈值特性探讨寸口脉象特征[J].中医杂志,2021,62(14):1218-1223.
- [23] Shi Y, Lawford P, Hose R. Review of zero-D and 1-D models of blood flow in the cardiovascular system[J]. Biomedical Engineering Online, 2011, 10: 33.
- [24] van de Vosse FN, Stergiopulos N. Pulse Wave Propagation in the Arterial Tree[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2011, 43(1):467-499.
- [25] 龚安特,颜文明,李冰星.试论中医脉象浮沉的力学内涵[J].辽宁中医杂志,1986(1):11-13,47.
- [26] 邓原成,王新.脉象图的参数模型及其应用研究[J].北京生物医学工程,1994,13(1):1-9.
- [27] 白净,吴冬生.桡动脉脉搏波的仿真模型[J].航天医学与医学工程,1995,8(2):94-98.
- [28] 白净,吴冬生,张菊鹏,等.脉搏波与生理病理变化关系的仿真研究[J].航天医学与医学工程,1996,9(1):32-36.
- [29] 王学民,杨成,陆小左,等.基于中医脉象的桡动脉血管模型的建立[J].天津大学学报(自然科学与工程技术版),2013,46(6):487-492.
- [30] 徐克,赵良举,李明阳.基于流体网络的人体血液体循环分析[J].中国生物医学工程学报,2017,36(5):580-588.
- [31] 蔡肖,赵良举,周正刚,等.基于传输线模型的人体脉搏波仿真分析[J].重庆大学学报,2019,42(7):27-35.
- [32] 伍时桂,李兆治,马新腾.非线性波在动脉内传播的数值研究[J].北京工业大学学报,1988,14(2):44-52.
- [33] 谢官模,张光辉,常晚年.非线性血流脉搏波在动脉内传播的理论模型[J].武汉理工大学学报,2001,23(7):77-79.
- [34] 潘一山,贾晓波,崔长奎,等.动脉中脉搏波传播分析[J].应用数学和力学,2006,27(2):230-236.
- [35] 陈金娥.动脉中脉搏波的分析与数值计算[J].上海力学,1982(2):79-84.
- [36] 柳兆荣,徐刚,陈泳,等.动脉中血液脉动流的一种分析方法[J].应用数学和力学,2003,24(2):205-214.
- [37] Wang YY L, Chiu WB, Jan MY, et al. Analysis of transverse wave as a propagation mode for the pressure pulse in large arteries [J]. Journal of Applied Physics, 2007, 102(6):064702.
- [38] 吴望一,袁凡.血管的位移波——脉象新释[J].力学学报,1985,17(3):237-242.
- [39] 袁凡,吴望一.脉象的血管位移波理论[J].应用数学和力学,1989,10(6):469-475.
- [40] 吴望一,樊渝波,是长春.切脉的数学模拟[J].北京大学学报(自然科学版),1989,25(1):66-74.
- [41] 史宇兵,杨晓航.寸口脉脉位与疾病状态关联性的血流动力学建模分析[J].北京生物医学工程,2021,40(4):385-392,399.
- [42] 金伟,桑素珍,辛超.脉诊中的压力脉动和流量脉动研究[J].中医临床研究,2014,6(6):33-34.